

Компонент ОПОП 09.03.02 Информационные системы и технологии
направленность (профиль): Информационные системы и технологии
искусственного интеллекта
наименование ОПОП

Б1.О.18
шифр дисциплины

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

**Дисциплины
(модуля)**

Специальные разделы высшей математики

Разработчик (и):
Ромахова О.А.
ФИО
ст. преподаватель
должность
нет
ученая степень,
звание

Утверждено на заседании кафедры
Высшей математики и физики
наименование кафедры
протокол №5 от 27.02.2025

И.о. заведующего кафедрой ВМиФ



подпись

Левитес В.В.
ФИО

1. Критерии и средства оценивания компетенций и индикаторов их достижения, формируемых дисциплиной (модулем)

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Результаты обучения по дисциплине (модулю)			Оценочные средства текущего контроля	Оценочные средства промежуточной аттестации
		<i>Знать</i>	<i>Уметь</i>	<i>Владеть</i>		
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	ИД-2ОПК-1 Способен решать стандартные профессиональные задачи с применением ... методов математического анализа и моделирования ИД-3ОПК-1 Способен применять методы теоретического и экспериментального исследования	теоретические основы и прикладные аспекты в следующих специальных разделах высшей математики (СРВМ): - обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ) и системы ОДУ, - элементы теории дифференциальных уравнений в частных производных (на примере уравнений математической физики), - основные элементы математического анализа функций комплексной переменной (ФКП)	решать учебные практические задачи, относящиеся к указанным специальным разделам высшей математики: - нахождение точных решений ОДУ основных типов и систем ОДУ классическими методами, а также операционным методом с использованием преобразования Лапласа; - построение решения краевой задачи для основных уравнений математической физики методом разделения переменных; - составление математических моделей физических и других текстовых задач, получение их решения и его численная реализация, проведение	основными учебными навыками, которые относятся к указанным СРВМ: - некоторые приемы математического моделирования с использованием дифференциальных уравнений; - выбор метода решения задачи с учетом границ его применимости и практическая реализация выбранного метода; - практическая работа на комплексной плоскости и с функциями комплексной переменной	- типовые задания по вариантам для выполнения контрольных, расчетно-графических работ, их защиты	Результаты текущего контроля

			интерпретации и исследования результатов решения; - основные учебные задачи комплексного анализа			
--	--	--	---	--	--	--

2. Оценка уровня сформированности компетенций (индикаторов их достижения)

Показатели оценивания компетенций (индикаторов их достижения)	Шкала и критерии оценки уровня сформированности компетенций (индикаторов их достижения)			
	Ниже порогового («неудовлетворительно»)	Пороговый («удовлетворительно»)	Продвинутый («хорошо»)	Высокий («отлично»)
Полнота знаний	Уровень знаний ниже минимальных требований. Имели место грубые ошибки.	Минимально допустимый уровень знаний. Допущены не грубые ошибки.	Уровень знаний в объёме, соответствующем программе подготовки. Допущены некоторые погрешности.	Уровень знаний в объёме, соответствующем программе подготовки.
Наличие умений	При выполнении стандартных заданий не продемонстрированы основные умения. Имели место грубые ошибки.	Продemonстрированы основные умения. Выполнены типовые задания с не грубыми ошибками. Выполнены все задания, но не в полном объеме (отсутствуют	Продemonстрированы все основные умения. Выполнены все основные задания с некоторыми погрешностями. Выполнены все задания в полном объёме, но некоторые с недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Выполнены все основные и дополнительные задания без ошибок и погрешностей. Задания выполнены в полном объеме

		пояснения, неполные выводы)		без недочетов.
Наличие навыков (владение опытом)	При выполнении стандартных заданий не продемонстрированы базовые навыки. Имели место грубые ошибки.	Имеется минимальный набор навыков для выполнения стандартных заданий с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы базовые навыки при выполнении стандартных заданий с некоторыми недочетами.	Продemonстрированы все основные умения. Выполнены все основные и дополнительные задания без ошибок и погрешностей. Продemonстрирован творческий подход к решению нестандартных задач.
Характеристика сформированности компетенции	Компетенции фактически не сформированы. Имеющихся знаний, умений, навыков недостаточно для решения практических (профессиональных) задач. ИЛИ Зачетное количество баллов не набрано согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций соответствует минимальным требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в целом достаточно для решения практических (профессиональных) задач. ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций в целом соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков достаточно для решения стандартных профессиональных задач. ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону	Сформированность компетенций полностью соответствует требованиям. Имеющихся знаний, умений, навыков в полной мере достаточно для решения сложных, в том числе нестандартных, профессиональных задач. ИЛИ Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону

3. Критерии и шкала оценивания заданий текущего контроля

3.1 Критерии и шкала оценивания заданий расчетно-графической работы №1

Перечень контрольных заданий, рекомендации по выполнению представлены в методических материалах по освоению дисциплины (модуля) и в электронном курсе в ЭИОС МАУ.

В ФОС включен типовой вариант типового задания.

Задание 1

Определите тип дифференциального уравнения, найдите его общее решение и найдите частное

решение, если поставлены начальные условия:

1.1. $y' + \frac{y}{x} = y^2 \ln^2 x$, $y|_{x=1} = 3$;

1.2. $(3x^2 + 7y^2)dx - (4x + 6y)xdy = 0$;

1.3. $(y'')^2 = y'$, $y|_{x=1} = 3$, $y'|_{x=1} = 0$;

1.4. $2y'' - y' - y = 3xe^{-x}$, $y|_{x=0} = 3$, $y'|_{x=0} = 2$;

1.5. $y'' - 10y' + 25y = \frac{(x+2)e^{5x}}{x^2 - 1}$;

1.6. $y'' + 2y' + 26y = \cos 5x - 2\sin 5x + 4e^{-x}$.

Задание 2

Решите систему линейных дифференциальных уравнений методом исключения:

$$\begin{cases} x'_t = 5x + 4y \\ y'_t = -2x + 11y \end{cases}$$

Задание 3

Постройте интегральные линии дифференциального уравнения первого порядка. Найдите уравнение интегральной линии, проходящей через заданную точку M_0 . Проанализируйте теорему существования и единственности частных решений для данного дифференциального уравнения: $xy' = x^2 + y$, $M_0(4;1)$.

Задание 4

Найдите изображения по Лапласу функций-оригиналов, заданных при значениях $t \geq 0$:

1) $f(t) = t \cdot \sin^2 t$; 2) $f(t) = \begin{cases} t^2, & 0 \leq t < 2 \\ 4, & 2 \leq t \leq 4 \\ 0, & t > 4 \end{cases}$; 3) $f(t) = \begin{cases} t-1, & 0 \leq t \leq 1 \\ 1, & 1 \leq t \leq 3 \end{cases}$.
 $T = 3$

Задание 5

Восстановите функции-оригиналы, если даны их изображения по Лапласу:

$$1) F(p) = \frac{1-2p}{p^2+4p+20} \cdot e^{-p}; \quad 2) F(p) = \frac{p}{(p+2)^2(p^2+4)}; \quad 3) F(p) = \frac{p^2}{(p^2+9)^2}.$$

Задание 6

Решите операционным методом (с помощью преобразования Лапласа) задачу Коши для обыкновенного дифференциального уравнения и для системы обыкновенных ДУ; ответы подтвердите проверками.

$$1) x'' - x' = e^t \sigma(t-2), \quad x(0)=1, \quad x'(0)=2; \quad 2) \begin{cases} x' + 4x = y \\ y' + y = -2x, \end{cases} \quad x(0)=2, \quad y(0)=3.$$

Оценка / баллы	Критерии оценивания
Отлично / 26-28	РГР выполнена полностью и успешно защищена; оформление решений аккуратное и четкое, обоснования грамотные.
Хорошо / 23-25	РГР выполнены полностью, но не являются достаточными теоретические обоснования шагов в решениях.
Удовлетворительно / 19-22	В решениях заданий РГР допущены грубые ошибки или большое количество недочетов, которые исправлены в режиме доработок.
Неудовлетворительно / менее 19	Задание выполнено со значительным количеством ошибок на низком уровне. Многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены. ИЛИ Задание не выполнено.

3.2 Критерии и шкала оценивания защиты расчетно-графической работы

Перечень контрольных заданий, рекомендации по выполнению представлены в методических материалах по освоению дисциплины (модуля) и в электронном курсе в ЭИОС МАУ.

В ФОС включен типовой вариант типового задания.

Задание 1. Привести формулировку понятия или теоремы:

1.1. Общее решение дифференциального уравнения

1.2. Теорема запаздывания

Задание 2. Указать тип дифференциального уравнения (ДУ), привести его стандартную запись и указать метод решения:

$$2.1. \quad 3(x^2y + y)y' + \sqrt{2+y^2} = 0$$

$$2.2. \quad y'' + 4y' + 5y = 0$$

$$2.3. \quad (x^2 - 2xy)y' = xy - y^2$$

$$2.4. \quad y'' \operatorname{tg} x = y' + 1$$

$$2.5. \quad y'' - 6y' + 9y = \frac{e^{3x}}{x}$$

Задание 3. Найти общее решение ДУ или решить задачу Коши (в одном из заданий – методом операционного исчисления):

$$3.1. xy' + y + xe^{-x^2} = 0$$

$$3.2. y'' + 2y' = x^2 - 2x, y(0) = 1, y'(0) = 0$$

$$3.3. \begin{cases} x' = x - 2y \\ y' = x - y + t \end{cases}, \quad x(0) = 0, \quad y(0) = -1.$$

Оценка / баллы	Критерии оценивания
Отлично / 17-18	Задание защиты РГР выполнены полностью; оформление решений аккуратное и четкое, обоснования грамотные.
Хорошо / 15-16	Задание защиты РГР выполнены полностью, но не являются достаточными теоретические обоснования шагов в решениях.
Удовлетворительно / 12-14	В решениях заданий защиты РГР допущены грубые ошибки или большое количество недочетов, которые исправлены в режиме доработок.
Неудовлетворительно / менее 12	Задания выполнены со значительным количеством ошибок на низком уровне. Многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены. ИЛИ Задание не выполнено.

3.3 Критерии и шкала оценивания контрольной работы

Перечень контрольных заданий, рекомендации по выполнению представлены в методических материалах по освоению дисциплины (модуля) и в электронном курсе в ЭИОС МАУ.

В ФОС включен типовой вариант типового задания.

Задача 1

Вычислить значения функции $\omega = f(z)$ в заданной точке z_0 :

$$1) \omega = \frac{z \cdot \bar{z} + i}{(z+1)^{10}}, z_0 = 1 + 2i; \quad 2) \omega = \operatorname{Ln} z, \quad \omega = \ln z, \quad z_0 = -1 + i\sqrt{3};$$

$$3) \omega = \sqrt[3]{z}, z_0 = -8i \text{ (с геометрической иллюстрацией вычисленных значений).}$$

Задача 2

Найти точки, в которых функция $f(z) = z^2 - \bar{z} \cdot \operatorname{Re} z$ является дифференцируемой. Найти значение производной функции в этих точках.

Задача 3

Найти область аналитичности функции и на этой области найти производную $f'(z)$:

$$f(z) = \frac{\sin^2 iz}{i - 2z}$$

Задача 4

Дана функция $w = ze^z$. Требуется: 1) найти производную $f'(z)$ и её значение в точке $z_0 = i$;

2) вычислить коэффициент растяжения k и угол поворота θ линейных элементов в малой окрестности точки $z_0 = i$ при отображении данной аналитической функцией, проиллюстрировать это на комплексных плоскостях $[z]$ и $[w]$

Задача 5

Вычислить значения интегралов от функций комплексной переменной:

- 1) $I_1 = \int_{(AB)} (\operatorname{Re}(2z) - 2\bar{z}) dz$, (AB) – парабола $y = x^2$, соединяющая точки $z_A = 0$, $z_B = 1 + i$.
- 2) $I_2 = \int_0^i z \cos 2z dz$.

Задача 6

Используя теорему Коши, вычислить значения следующих контурных интегралов:

- 1) $\oint_{(L^+)} \frac{\operatorname{ch} z}{z - 2} dz$, где $L_1: |z| = 1$, $L_2: |z| = 3$;
- 2) $\oint_{(L^+)} \frac{e^z \cos(\pi z)}{z^2 + 2z} dz$, где $L_1: |z| = 1$, $L_2: |z - 2| = 1$, $L_3: |z + 2| = 1$, $L_4: |z| = 3$.

Оценка / баллы	Критерии оценивания
Отлично / 24-26	Задания выполнены полностью и правильно.
Хорошо / 21-23	Задания выполнены полностью, но нет достаточного обоснования или при верном решении допущена незначительная ошибка, не влияющая на правильную последовательность рассуждений. Все требования, предъявляемые к работе, выполнены.
Удовлетворительно / 17-20	В контрольной работе допущены грубые ошибки и (или) недочеты, исправленные после рецензии преподавателя. Обучающийся владеет основными обязательными умениями по проверяемой теме.
Неудовлетворительно / менее 17	Задания выполнены со значительным количеством ошибок на низком уровне. Многие требования, предъявляемые к заданию, не выполнены. ИЛИ Задания не выполнены.

4. Критерии и шкала оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю) при проведении промежуточной аттестации

Критерии и шкала оценивания результатов освоения дисциплины (модуля) (зачет с оценкой)

Если обучающийся набрал зачетное количество баллов согласно установленному диапазону по дисциплине (модулю), то он считается аттестованным.

Оценка	Баллы	Критерии оценивания
Отлично	91 - 100	Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону
Хорошо	81 - 90	Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону
Удовлетворительно	60 - 80	Набрано зачетное количество баллов согласно установленному диапазону
Неудовлетворительно	менее 60	Зачетное количество согласно установленному диапазону баллов не набрано

5.1 Задания диагностической работы для оценки результатов обучения по дисциплине (модулю) в рамках внутренней независимой оценки качества образования

ФОС содержит задания для оценивания знаний, умений и навыков, демонстрирующих уровень сформированности компетенций и индикаторов их достижения в процессе освоения дисциплины (модуля).

Комплект заданий разработан таким образом, чтобы осуществить процедуру оценки каждой компетенции, формируемых дисциплиной (модулем), у обучающегося в письменной форме.

Содержание комплекта заданий включает: *тестовые вопросы, расчетные задачи, тестовые задания.*

Комплект заданий диагностической работы

ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности ИД-2_{ОПК-1} Способен решать стандартные профессиональные задачи с применением ... методов математического анализа и моделирования	
1	<u>Тестовый теоретический вопрос</u> В чем состоит постановка задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения?
2	<u>Расчетные задания</u> 2.1 Найти общее решение дифференциального уравнения $2x^2yy' + y^2 = 2$. 2.2 Дана функция $f(z) = \operatorname{Im} z - (\bar{z} + z)^2$. Проверить, будет ли функция дифференцируема на всей комплексной плоскости
3	<u>Тестовое задание</u> Укажите номера ОДУ из данного списка, которые можно решить с использованием метода вариации произвольных постоянных: $1) y'' + 2y' - 3y = x; \quad 2) y'' + 2y' - 3y = \frac{x}{x^2 + 1}; \quad 3) y' = \frac{x - y}{x + y}.$

Комплекс заданий сформирован таким образом, чтобы осуществить процедуру проверки одной компетенции у обучающегося в течение 5-10 минут в письменной или устной формах. Содержание комплекса заданий по вариантам (не менее 5 вариантов) приведено ниже.

Вариант 1

1. Теоретический вопрос

В чем состоит постановка задачи Коши для обыкновенного дифференциального уравнения?

2. Расчетные задания

2.1 Найти общее решение дифференциального уравнения $2x^2yy' + y^2 = 2$.

2.2 Дана функция $f(z) = \operatorname{Im} z - (\bar{z} + z)^2$. Проверить, будет ли функция дифференцируема на всей комплексной плоскости.

3. Тестовое задание

Укажите номера ОДУ из данного списка, которые можно решить с использованием метода вариации произвольных постоянных:

$$1) y'' + 2y' - 3y = x; \quad 2) y'' + 2y' - 3y = \frac{x}{x^2 + 1}; \quad 3) y' = \frac{x - y}{x + y}$$

Ответы к практическим заданиям варианта 1:

2.1 $\ln|y^2 - 2| = \frac{1}{x} + C$; 2.2 нет. 3. Только 1) и 2) .

Вариант 2

1. Теоретический вопрос

Что такое начальные условия к дифференциальному уравнению в частных производных и как определяется их количество?

2. Расчетные задания

2.1 Решите систему ДУ:
$$\begin{cases} x' + 4x = y \\ y' + y = -2x \end{cases}$$

2.2 Дана функция $f(z) = z \operatorname{Re}(z^2) - \bar{z}$. Проверить, будет ли функция дифференцируема на всей комплексной плоскости.

3. Тестовое задание

Укажите номера функций из данного списка, которые не являются аналитическими ни в какой области на комплексной плоскости:

$$1) f(z) = 3z + 1; \quad 2) f(z) = z + 3\bar{z}; \quad 3) f(z) = \frac{1}{z}.$$

Ответы к практическим заданиям варианта 2:

$$2.1. \begin{cases} x(t) = C_1 e^{-2t} + C_2 e^{-3t} \\ y(t) = 2C_1 e^{-2t} + C_2 e^{-3t} \end{cases} \quad 2.2. \text{ нет.} \quad 3. \text{ Только } 2).$$

Вариант 3

1. Теоретический вопрос

Что такое граничные условия к дифференциальному уравнению в частных производных и какие они могут иметь формы?

2. Расчетные задания

2.1 Найти общее решение дифференциального уравнения $y' \cdot \sqrt{1 - x^2} + x = 0$.

2.2 Дана функция $f(z) = i \cdot \bar{z} - 2z^2 + \operatorname{Re} z$. Проверить, будет ли функция дифференцируема на всей комплексной плоскости.

3. Тестовое задание

Укажите номера ДУ из данного списка, которые можно решить с использованием метода неопределённых коэффициентов:

$$1) y'' + 2y' - 3y = x; \quad 2) y'' + 2y' - 3y = \frac{x}{x^2 + 1}; \quad 3) y' - 3y \ln x = x$$

Ответы к практическим заданиям варианта 3:

$$2.1 \quad y = \sqrt{1 - x^2} + C, \quad 2.2. \text{ нет.} \quad 3. \text{ Только } 1).$$

Вариант 4

1. Теоретический вопрос

Что такое критерий Коши-Римана?

2. Расчетные задания

2.1. Решите следующую задачу Коши: $y' + \frac{y}{x} = x, \quad y(1) = \frac{1}{3}$

2.2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 4y' + 4y = 0$.

3. Тестовое задание

Укажите номера функций КП из данного списка, для которых выполняется критерий Коши-Римана на всей комплексной плоскости:

1) $f(z) = 3z + 1$; 2) $f(z) = z + 3\bar{z}$; 3) $f(z) = \frac{1}{z}$.

Ответы к практическим заданиям варианта 4:

2.1. $y(x) = \frac{x^2}{3}$, 2.2. $y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{2x}$ 3. Только 1).

Вариант 5

1. Теоретический вопрос

Сформулируйте определение и основные свойства аналитической функции комплексной переменной.

2. Расчетные задания

2.1. Решите следующую задачу Коши: $2\sqrt{x} \cdot y' = 1$, $y(1) = 2$

2.2. Найти общее решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' - 3y = x$

3. Тестовое задание

Укажите номера функций КП, которые являются аналитическими на всей комплексной плоскости: 1) $f(z) = z^3 + 3z + 1$; 2) $f(z) = z + 3\bar{z} + 1$; 3) $f(z) = \frac{1}{z-2}$.

Ответы к практическим заданиям варианта 5:

2.1. $y = \sqrt{x} + 1$, 2.2. $y(x) = C_1 e^{-x} + C_2 e^{3x} - \frac{x}{3} + \frac{2}{9}$. 3. Только 1).

Шкала оценивания заданий одного варианта:

Оценка (баллы)	Критерии оценки
5 «отлично»	90-100 % правильных ответов
4 «хорошо»	70-89 % правильных ответов
3 «удовлетворительно»	50-69 % правильных ответов
2 «неудовлетворительно»	49% и меньше правильных ответов